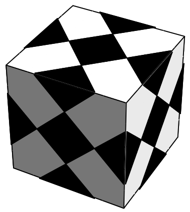
19. Šimon na krychli s hranou délky 1 dm nalepil několik shodných černých čtverců tak, že krychle vypadá ze všech stran stejně (viz obrázek). Kolik cm^2 povrchu krychle je nyní černých?



(A) 37,5 (B) 150 (C) 225 (D) 300 (E) 375

20. Kolik čtveřic hran krychle má tu vlastnost, že žádné dvě hrany z dané čtveřice nemají společný vrchol?

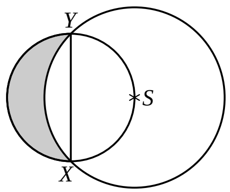
(A) 6 (B) 8 (C) 9 (D) 12 (E) 18

21. Určete, kolik různých uspořádaných dvojic přirozených čísel $[x, y]$ splňuje rovnost

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3}.$$

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) více než tři

22. Na obrázku jsou dvě kružnice. Úsečka XY je průměrem menší kružnice. Střed S větší kružnice leží na menší kružnici, poloměr větší kružnice je r. Jaký je obsah vybarveného útvaru?



(A) $\frac{\pi}{6} \cdot r^2$ (B) $\frac{\sqrt{3} \cdot \pi}{12} \cdot r^2$ (C) $\frac{1}{2} \cdot r^2$
(D) $\frac{\sqrt{2}}{4} \cdot r^2$ (E) jiná odpověď

23. Pětimístné číslo $\overline{abcde}$ nazveme Cimrmanovo, jestliže se skládá z různých číslic a pro příslušné číselné hodnoty platí: $a = b + c + d + e$. Kolik Cimrmanových čísel existuje?

(A) 36 (B) 72 (C) 108 (D) 144 (E) 168

24. Pro každé přirozené číslo $n \geqq 2$ označme $\langle n \rangle$ největší prvočíslo, které není větší než n. Kolik přirozených čísel k splňuje rovnost $\langle k+1 \rangle + \langle k+2 \rangle = \langle 2k+3 \rangle$?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) více než tři

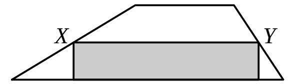
Matematický KLOKAN 2011

www.matematickyklokan.net

kategorie **Junior**

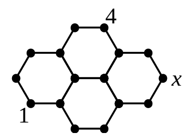
Úlohy za 3 body

1. Šedý obdélník má obsah $13\,\mathrm{cm}^2$. Body X a Y jsou středy ramen lichoběžníku (viz obrázek). Určete obsah lichoběžníku.



(A) $24\,\mathrm{cm}^2$ (B) $25\,\mathrm{cm}^2$ (C) $26\,\mathrm{cm}^2$ (D) $27\,\mathrm{cm}^2$ (E) $28\,\mathrm{cm}^2$

2. Ke každému uzlu (•) sítě na obrázku přiřaďte jedno číslo tak, aby součty čísel každých dvou sousedních uzlů sítě byly konstantní. Dvě čísla už jsou doplněna. Najděte hodnotu x.

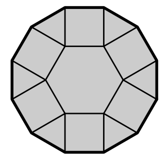


(A) 1 (B) 3 (C) 4
(D) 5 (E) nelze rozhodnout

3. Zbytek při dělení čísla 2011 jistým číslem je 1011. Které z uvedených čísel je dělitel?

(A) 100 (B) 500 (C) 1000
(D) jiné číslo (E) takový zbytek nelze získat

4. Útvar na obrázku se skládá z pravidelného šestiúhelníku o straně délky 1, z šesti trojúhelníků a šesti čtverců. Určete obvod daného útvaru.



(A) $6(1+\sqrt{2})$ (B) $6\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ (C) 12
(D) $6+3\sqrt{2}$ (E) 9

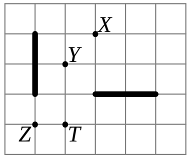
5. Obdélníková mozaika o obsahu $360\,\mathrm{cm}^2$ je tvořena shodnými čtvercovými sklíčky. Mozaika je 24 cm dlouhá a 5 sklíček široká. Určete obsah jednoho sklíčka v cm^2.

(A) 1 (B) 4 (C) 9 (D) 16 (E) 25

6. Vypišme od největšího k nejmenšímu všechna čtyřmístná čísla, jejichž ciferný součet je čtyři. Na kolikátém místě v tomto výčtu bude číslo 2011?

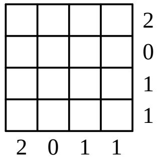
(A) na 6. místě (B) na 7. místě (C) na 8. místě
(D) na 9. místě (E) na 10. místě

7. Existuje otočení, ve kterém se zobrazí jedna úsečka na druhou (viz obrázek). Ve kterém z bodů může být střed tohoto otočení?



(A) pouze v bodě X
(B) v bodě X nebo v bodě Z
(C) v bodě X nebo v bodě T
(D) pouze v bodě T
(E) v každém z bodů X, Y, Z nebo T

8. Na obrázku vidíme tabulku, kde číslo u každého řádku a sloupce určuje, kolik buněk má být v daném řádku resp. sloupci vybarveno černě. Kolika různými způsoby to můžeme provést?



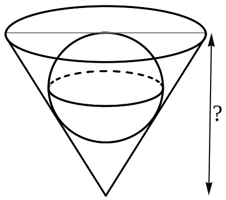
(A) 0 (B) 1 (C) 3 (D) 5 (E) 9

Úlohy za 4 body

9. Automobilového závodu se zúčastnili tři závodníci: Michael, Fernando a Sebastian. Hned po startu byl Michael první, Fernando druhý a Sebastian třetí. V průběhu závodu se Michael a Fernando vzájemně předjeli devětkrát, Fernando a Sebastian desetkrát a Michael a Sebastian jedenáctkrát. V jakém pořadí dojeli do cíle?

(A) Michael, Fernando, Sebastian (B) Fernando, Sebastian, Michael
(C) Sebastian, Michael, Fernando (D) Sebastian, Fernando, Michael
(E) Fernando, Michael, Sebastian

10. Kulička o poloměru 15 mm přesně zapadne do jamky tvaru kužele, jehož osovým řezem je rovnostranný trojúhelník. Určete hloubku jamky.



(A) $30\sqrt{2}$ mm (B) $25\sqrt{3}$ mm (C) 45 mm
(D) $45\sqrt{2}$ mm (E) $60(\sqrt{3}-1)$ mm

11. Tři standardní hrací kostky jsou na stole postaveny na sebe tak, že součet teček na stěnách, které na sobě leží, je roven 5. Na jedné stěně spodní hrací kostky vidíme jednu tečku. Kolik teček je na horní stěně horní hrací kostky?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

12. Je-li $9^n + 9^n + 9^n = 3^{2011}$, jaká je hodnota n?

(A) 1005 (B) 1006 (C) 2010
(D) 2011 (E) žádná z uvedených možností

13. Máme dvě nádoby tvaru krychle s hranami délek a dm, resp. $(a+1)$ dm. Větší nádoba je plná vody, menší je prázdná. Přeléváme vodu z větší nádoby do menší, dokud se nenaplní. Ve větší nádobě pak zůstane 217 litrů vody. Kolik vody jsme přelili do menší nádoby?

(A) 243 litrů (B) 512 litrů (C) 125 litrů (D) 1331 litrů (E) 729 litrů

14. Každé z čísel x a y je větší než 1. Který z následujících zlomků má největší hodnotu?

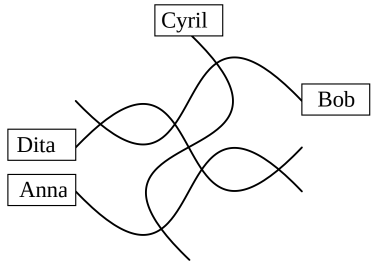
(A) $\frac{x}{y-1}$ (B) $\frac{x}{y+1}$ (C) $\frac{2x}{2y-1}$ (D) $\frac{2x}{2y+1}$ (E) $\frac{3x}{3y+1}$

15. Michal chce doplnit políčka tabulky 3×3 přirozenými čísly tak, aby se součet čísel v každém čtverci 2×2 rovnal 10. Určete součet čtyř čísel, která má ještě do tabulky zapsat.

1		0
	2	
4		3

(A) 9 (B) 10 (C) 11
(D) 12 (E) taková přirozená čísla neexistují

16. Jana během plavby na lodi zkoušela nakreslit plánek vesnice, kde bydlí. Podařilo se jí zakreslit všechny čtyři ulice i sedm křižovatek a domky, ve kterých bydlí její kamarádi. Loď se ale dost houpala, takže Jana nakreslila některé zatáčky navíc. Ve skutečnosti jsou ulice Šípová, Hřebová a Pravítková úplně rovné. Čtvrtá ulice se jmenuje Zatočená. Kdo bydlí v Zatočené ulici?



(A) Anna (B) Bob
(C) Cyril (D) Dita
(E) z takové mapy nelze rozhodnout

Úlohy za 5 bodů

17. Jaký je maximální počet po sobě jdoucích trojmístných čísel, která mají alespoň jednu číslici s lichou hodnotou?

(A) 1 (B) 10 (C) 110 (D) 111 (E) 221

18. V jistém měsíci bylo 5 pondělků, 5 úterků a 5 střed. V předcházejícím měsíci byly pouze 4 neděle. V následujícím měsíci budou určitě:

(A) právě 4 pátky (B) právě 4 soboty (C) 5 nedělí
(D) 5 střed (E) taková situace není možná