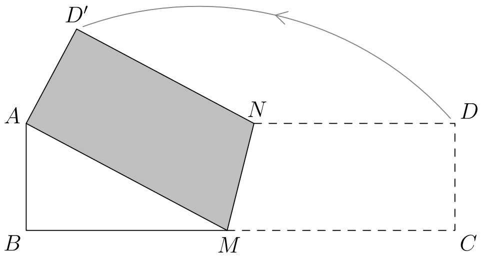
21. Obdélníkový proužek papíru $ABCD$ o rozměrech $16\,\mathrm{cm} \times 4\,\mathrm{cm}$ byl přeložen podél čáry MN tak, aby vrchol C splynul s vrcholem A (viz obrázek). Určete obsah pětiúhelníku $ABMND'$.



(A) $27\,\mathrm{cm}^2$ (B) $37\,\mathrm{cm}^2$ (C) $47\,\mathrm{cm}^2$ (D) $57\,\mathrm{cm}^2$ (E) $67\,\mathrm{cm}^2$

22. Ve strašidelné vile visí ze stropu 5 žárovek. Každá z nich buď svítí, nebo je zhasnutá. Kdykoliv žárovku rozsvítíte nebo zhasnete, změníte její stav. Současně náhodně změní stav jiná žárovka. Na počátku jsou všechny žárovky zhasnuté. Co můžete prohlásit, pokud vy desetkrát změníte jejich stav?

(A) Není možné, aby byly všechny žárovky zhasnuté.
(B) Je jisté, že jsou všechny žárovky rozsvícené.
(C) Není možné, aby byly všechny žárovky rozsvícené.
(D) Je jisté, že jsou všechny žárovky zhasnuté.
(E) Žádné předchozí tvrzení není pravdivé.

23. Nikolas vypsal všechna trojmístná čísla a pro každé z nich spočítal součin jeho číslic. Všechny součiny pak sečetl. Jaké číslo mu vyšlo?

(A) 45^2 (B) 4500 (C) 45^3 (D) 2^{45} (E) 3^{45}

24. Čísla od 1 do 120 jsou zapsána do 15 řad (viz obrázek). Ve kterém sloupci (počítáno zleva) je součet čísel největší?

1							…	
2	3						…	
4	5	6					…	
7	8	9	10				…	
11	12	13	14	15			…	
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮		⋮
106	107	108	109	110	111	112	…	120

(A) 4 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 10

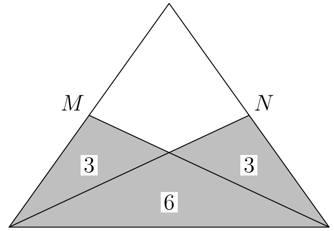
Matematický KLOKAN 2012

www.matematickyklokan.net

kategorie **Junior**

Úlohy za 3 body

1. Nechť M a N jsou středy ramen rovnoramenného trojúhelníku (viz obrázek). Čísla vyjadřují obsahy jednotlivých trojúhelníků. Obsah plochy bílého čtyřúhelníku je:

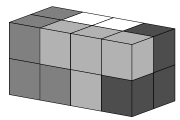


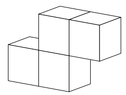
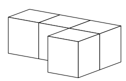
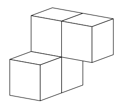
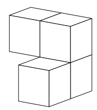
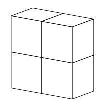
(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

2. Jestliže součet číslic sedmimístného čísla je 6, pak součin těchto číslic je:

(A) 0 (B) 6 (C) 7
(D) $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7$ (E) 5

3. Kvádr na obrázku je sestaven ze čtyři částí. Každá část se skládá ze 4 krychliček stejné barvy. Určete tvar bílé části.

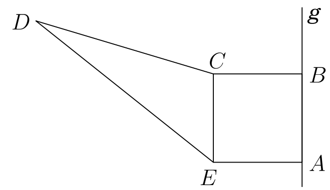


(A)  (B)  (C)  (D)  (E) 

4. Je dán pravoúhlý trojúhelník ABC s odvěsnami délek $6\,\mathrm{cm}$ a $8\,\mathrm{cm}$. Nechť body K, L, M jsou středy jeho stran. Kolik centimetrů měří obvod trojúhelníku KLM?

(A) 6 (B) 12 (C) 15 (D) 20 (E) 24

5. Čtverec $ABCE$ o straně délky 4 cm má stejný obsah jako trojúhelník ECD (viz obrázek). Určete vzdálenost bodu D a přímky g (v centimetrech).



(A) 8 (B) $4 + 4\sqrt{3}$
(C) 12 (D) $10\sqrt{2}$
(E) Záleží na poloze bodu D

6. Délky dvou stran čtyřúhelníku jsou 1 a 4. Jedna z jeho úhlopříček délky 2 jej rozděluje na dva rovnoramenné trojúhelníky. Určete obvod čtyřúhelníku.

(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

7. Jestliže dělím čísla 144 a 220 přirozeným číslem x, dostanu zbytek 11. Číslo x je:

(A) 7 (B) 11 (C) 15 (D) 19 (E) 38

8. Když Adam stojí na stole a Petr na zemi, je Adam vyšší o 80 cm. Jestliže Petr stojí na stole a Adam na zemi, je Petr vyšší o 1 m. Jak vysoký je stůl?

(A) 70 cm (B) 80 cm (C) 90 cm (D) 100 cm (E) 120 cm

Úlohy za 4 body

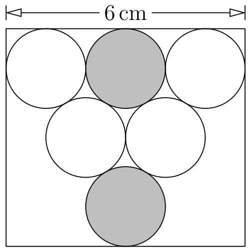
9. Horkými favority na vítězství v maratonu jsou tři běžci Kan, Ga a Roo. Lucka prohlásila: „Vyhraje Kan nebo Ga.“ Jarka řekla: „Jestliže bude Ga druhý, vyhraje Roo.“ Eva tvrdila: „Bude-li Ga třetí, Kan nevyhraje.“ Dita řekla: „Druhý bude buď Ga nebo Roo.“ V jakém pořadí běžci doběhli, pokud víme, že všechny kamarádky měly pravdu?

(A) Kan, Ga, Roo (B) Kan, Roo, Ga (C) Roo, Ga, Kan
(D) Ga, Kan, Roo (E) Ga, Roo, Kan

10. Sára a Veronika si házejí mincí. Když padne panna, vyhrává Sára a Veronika jí musí dát 2 bonbóny. Pokud padne orel, vítězkou je Veronika a Sára jí dá 3 bonbóny. Po třiceti hodech mají obě dívky stejný počet bonbónů jako měly původně. Kolikrát vyhrála Veronika?

(A) 6krát (B) 12krát (C) 18krát (D) 24krát (E) 30krát

11. Do obdélníku o délce jedné strany 6 cm jsou vepsány shodné kruhy jako na obrázku. Jaká je nejmenší vzdálenost mezi šedými kruhy?



(A) 1 cm (B) $\sqrt{2}$ cm (C) $2\sqrt{3} - 2$ cm
(D) $\frac{\pi}{2}$ cm (E) 2 cm

12. Vašek má v pokoji čtvery hodiny, ovšem jdou špatně. Jedny ukazují nepřesně o 2 minuty, druhé o 3 minuty, třetí o 4 minuty a čtvrté o 5 minut. V jednom okamžiku uviděl Vašek na svých hodinách časy: za 6 minut tři, za 3 minuty tři, 2 minuty po třetí a 3 minuty po třetí. Kolik bylo přesně hodin?

(A) 2.57 (B) 2.58 (C) 2.59 (D) 3.00 (E) 3.01

13. Kolik existuje čtyřmístných čísel, které mají na pozici stovek číslici 3 a součet zbývajících číslic je také tři?

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

14. Do tabulky doplňte čísla tak, aby součet ve všech řádcích byl stejný a ve všech sloupcích také stejný. Urči číslo v šedém políčku tabulky?

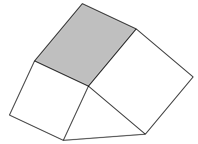
2	4		2
	3	3	
6		1	

(A) 1 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 9

15. Poslední nenulová číslice čísla $K = 2^{59} \cdot 3^4 \cdot 5^{53}$ je

(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) 9

16. Rovinný útvar na obrázku je složen ze dvou čtverců s délkami stran 4 cm a 5 cm, trojúhelníku o obsahu 8 cm^2 a šedého rovnoběžníku. Určete obsah šedého rovnoběžníku.



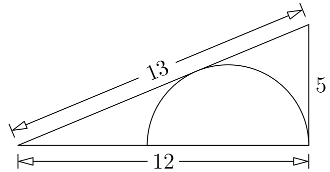
(A) 16 cm^2 (B) 18 cm^2 (C) 19 cm^2 (D) 20 cm^2 (E) 21 cm^2

Úlohy za 5 bodů

17. Pro některá přirozená čísla m a k platí: $2012 = m^m \cdot (m^k - k)$. Určete k.

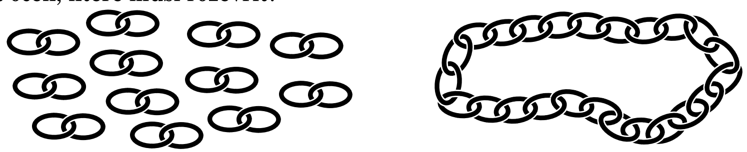
(A) 3 (B) 5 (C) 7 (D) 9 (E) 11

18. Na obrázku vidíte pravoúhlý trojúhelník s délkami stran 5, 12 a 13. Určete poloměr vepsané půlkružnice.



(A) $\frac{7}{3}$ (B) $\frac{10}{3}$ (C) $\frac{12}{3}$ (D) $\frac{13}{3}$ (E) $\frac{17}{3}$

19. Zlatník má k dispozici 12 zlatých dvojoček, ze kterých chce udělat jeden delší uzavřený řetízek. Na obrázku vidíte počáteční a koncový stav jeho práce. Aby tak učinil, musí některá očka nejprve rozevřít a následně zavřít. Jaký je nejmenší počet oček, které musí rozevřít?



(A) 8 (B) 9 (C) 10 (D) 11 (E) 12

20. Je dáno šest různých přirozených čísel, z nichž největší označme n. Mezi nimi existuje pouze jeden pár takový, že menší číslo nedělí číslo větší. Nejmenší hodnota čísla n je:

(A) 12 (B) 16 (C) 17 (D) 24 (E) 32