

19. Na obrázku vidíte část grafu funkce  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ . Určete číslo  $b$ .

(A) -4 (B) -2 (C) 0 (D) 2 (E) 4

20. Pro kolik reálných čísel  $a$  má kvadratická rovnice

$$x^2 + ax + 2007 = 0$$

dva celočíselné kořeny?

(A) 3 (B) 4 (C) 6 (D) 8 (E) jiná odpověď

21. Určete hodnotu součtu

$$\frac{1}{2\sqrt{1} + 1\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{100\sqrt{99} + 99\sqrt{100}}.$$

(A)  $\frac{999}{1000}$  (B)  $\frac{99}{100}$  (C)  $\frac{9}{10}$  (D) 9 (E) 1

22. Andrea, Bára a Cecilka po řadě házejí kostkou. Andrea vyhraje, když jí padne jedno z čísel 1, 2 nebo 3; Bára vyhraje, když jí padne jedno z čísel 4 nebo 5; Cecilka vyhraje, když jí padne číslo 6. Začíná házet Andrea, pokud nevyhraje, hází Bára, pokud nevyhraje, hází Cecilka, pokud nevyhraje, hází znovu Andrea, atd. dokud některá z nich nevyhraje. Určete pravděpodobnost, že vyhraje Cecilka.

(A)  $\frac{1}{6}$  (B)  $\frac{1}{8}$  (C)  $\frac{1}{11}$  (D)  $\frac{1}{13}$  (E) 0

23. Na čtverečkovém papíru je „do spirály“ zapsána posloupnost čísel 1234512345... (viz obrázek). Která z čísel je zapsána 100 čtverečků nad vyznačeným čtverečkem (tj. mezi nimi je právě 99 čtverečků)?

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

	1	2	3	•	•	•
5	2	3	4	5		
4	1	2	1			
3	5	4	3	2		
2	1	5	4	3		

24. Rostoucí posloupnost 1, 3, 4, 9, 10, 12, 13, ... obsahuje všechny celé nezáporné mocniny čísla 3 a všechna čísla, která se dají vyjádřit jako součet navzájem různých celých nezáporných mocnin čísla 3. Určete stý člen této posloupnosti.

(A) 150 (B) 981 (C) 1 234 (D) 2 401 (E)  $3^{100}$

## Matematický KLOKAN 2007

kategorie Student

### Úlohy za 3 body

1. Tři chlapci mají dohromady 30 míčů. Pokud by Béd'a dal 5 míčů Cyrilovi, Cyril dal 4 míče Adamovi a Adam dal 2 míče Béd'ovi, bude mít každý chlapec stejný počet míčů. Kolik míčů má Adam?

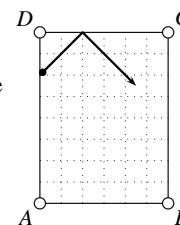
(A) 8 (B) 9 (C) 11 (D) 12 (E) 13

2. Které z následujících hodnot je roven podíl  $\frac{\sin 1^\circ}{\cos 89^\circ}$ ?

(A) 0 (B)  $\tan 1^\circ$  (C)  $\cot 1^\circ$  (D)  $\frac{1}{89}$  (E) 1

3. Kulečnicková koule se odráží od mantinelů pod úhlem  $45^\circ$  tak, jak vidíte na obrázku. Do které kapsy spadne?

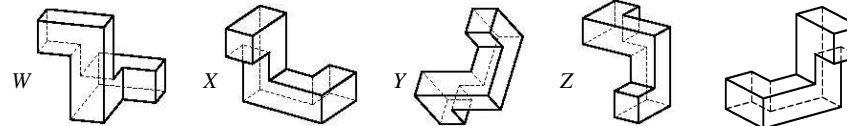
(A) A (B) B (C) C (D) D (E) do žádné



4. Aby student uspěl při přijímacích zkouškách na univerzitu, musí správně odpovědět alespoň na 80 % otázek. Po přijímacích zkouškách si Petr znovu promyšlel 15 otázek. Zjistil, že správně odpověděl na 10 z nich a špatně na 5. Kdyby na všechny ostatní otázky odpověděl správně, složil by test právě na 80 %. Kolik otázek bylo v testu?

(A) 20 (B) 25 (C) 30 (D) 35 (E) 40

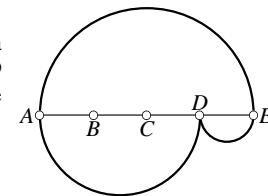
5. Dole vidíte čtyři tělesa. Která z nich jsou shodná s tělesem vpravo?



(A) W a Y (B) X a Z (C) jen Y (D) žádné (E) W, X a Y

6. Úsečka AE je rozdělena body B, C, D na čtyři stejné části. Na obrázku vpravo jsou sestaveny polokružnice s průměry AE, AD a DE, které vytvářejí dvě cesty z bodu A do bodu E. Vypočítejte poměr délek horní a dolní cesty.

(A) 1 : 2 (B) 2 : 3 (C) 2 : 1 (D) 3 : 2 (E) 1 : 1

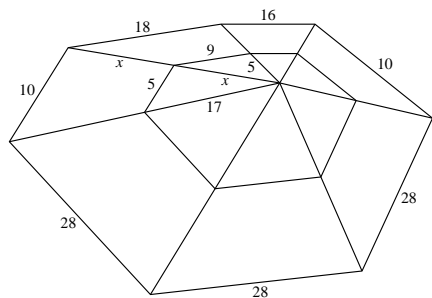


7. Na tabuli je napsáno osm po sobě jdoucích celých čísel. Součet pěti nejmenších čísel je roven součtu tří největších čísel. Najděte největší číslo, které je na tabuli napsáno.

(A) 4 (B) 8 (C) 9 (D) 11 (E) jiné číslo

8. Pavouk Pythagoras splétá pavučinu. Délky některých úseků jsou vyznačeny na obrázku. Délka úsečky  $x$  je vyjádřena přirozeným číslem. Určete ji.

(A) 11 (B) 13 (C) 15 (D) 17 (E) 19



#### Úlohy za 4 body

9. Je dán jednotkový čtverec  $ABCD$ . Sestrojíme všechny čtverce, které mají se čtvercem  $ABCD$  společné alespoň dva vrcholy. Určete obsah sjednocení všech takových čtverců.

(A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

10. Kladné číslo  $\beta$  je o 25 % menší než číslo  $\gamma$  a o 50 % větší než číslo  $\alpha$ . O kolik procent je číslo  $\gamma$  větší než číslo  $\alpha$ ?

(A) o 25 (B) o 50 (C) o 75 (D) o 100 (E) o 125

11. Celá čísla  $x$  a  $y$  vyhovují rovnici  $2^{x+1} + 2^x = 3^{y+2} - 3^y$ . Najděte  $x$ .

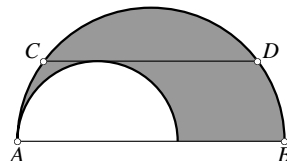
(A) 0 (B) 3 (C) -1 (D) 1 (E) 2

12. Vypočítejte hodnotu součtu  $\cos 1^\circ + \cos 2^\circ + \cos 3^\circ + \dots + \cos 358^\circ + \cos 359^\circ$ .

(A) 1 (B)  $\pi$  (C) 0 (D) 10 (E) -1

13. Na obrázku jsou nakresleny dvě polokružnice. Sečna  $CD$  délky 4 je rovnoběžná s průměrem  $AB$  a je tečnou menší polokružnice. Určete obsah vyznačené oblasti.

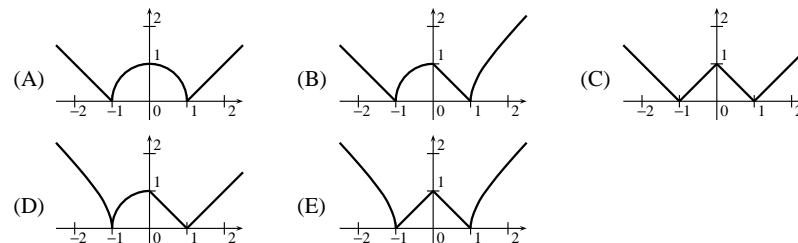
(A)  $\pi$  (B)  $1,5\pi$  (C)  $2\pi$   
(D)  $3\pi$  (E) nelze jednoznačně určit



14. Na ostrově žijí jen rytíři a lháři. Rytíři mluví vždy pravdu, lháři vždy lžou. Jednou se ostrovana A zeptali na něj a na ostrovana B. On odpověděl: „Alespoň jeden z nás dvou je lhář.“ Který z následujících výroků je pravdivý?

(A) Žádný ostrovan nemohl danou větu vyslovit.  
(B) Ostrované A a B jsou lháři.  
(C) Ostrované A a B jsou rytíři.  
(D) Ostrovan A je lhář, zatímco B je rytíř.  
(E) Ostrovan A je rytíř, zatímco B je lhář.

15. Který z následujících grafů je grafem funkce  $f(x) = \sqrt{|(1-x)(1-|x|)|}$ ?



16. Které z následujících čísel nelze zapsat ve tvaru  $x + \sqrt{x}$ , kde  $x$  je přirozené číslo?

(A) 870 (B) 110 (C) 90 (D) 60 (E) 30

#### Úlohy za 5 bodů

17. Funkce  $f$  je definována takto  $f(x) = \frac{2x}{3x+4}$ . Najděte funkci  $g$ , pro kterou platí  $f(g(x)) = x$ .

(A)  $g(x) = \frac{3x}{2x+4}$  (B)  $g(x) = \frac{3x+4}{2x}$  (C)  $g(x) = \frac{2x+4}{4x}$   
(D)  $g(x) = \frac{4x}{2-3x}$  (E) jiná funkce

18. Délka strany kosočtverce je geometrickým průměrem délek jeho úhlopříček. Určete velikost vnitřního ostrého úhlu kosočtverce.

(A)  $15^\circ$  (B)  $30^\circ$  (C)  $45^\circ$  (D)  $60^\circ$  (E)  $75^\circ$