

8. Mocninné, exponenciální funkce a rovnice

1. Načrtněte grafy funkcí: a) $y = x^3 - 2$ d) $y = |x^4 - 3|$
b) $y = (x-1)^3$ e) $y = (x-1)^{-2}$
c) $y = (x-1)^3 - 2$ f) $y = |(x-1)^{-3}|$
2. a) Rozhodněte, jaký vztah platí mezi čísly r a s , je-li $\left(\frac{3}{4}\right)^r < \left(\frac{3}{4}\right)^s$?
b) Načrtněte grafy funkcí $y = 2^x - 2$; $y = 2^{x-1} - 2$
3. a) Načrtněte graf funkce $y = 2^{\frac{x+|x|}{2}}$
b) Pro která a je fce $y = \left(\frac{a-1}{a+1}\right)^x$ klesající?
4. a) Pro která čísla a je fce $y = \left(\frac{2a-1}{3}\right)^x$ rostoucí?
b) Je dána fce $y = 10^{x+1}$. Najděte k ní fci inverzní.
c) Načrtněte graf fce $f(x) = \frac{1}{3^{2-x}}$.
5. a) Určete definiční obor fce $y = 2^{\sqrt{x^2-3}}$
b) Načrtněte graf fce $y = 3^{2x-2} - 1$
6. $2^x \left(\frac{1}{8}\right)^{1-x} + 2^{1-x} \left(\frac{1}{8}\right)^x = 1 \dots \dots \dots \left\{\frac{1}{2}\right\}$ 7. $4^{\sqrt{x+1}} = 64 \cdot 2^{\sqrt{x+1}} \dots \dots \dots \{35\}$
8. $5^x + 5^{x+1} + 5^{x+2} = 3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} \dots \dots \dots \{-1,7\}$ 9. $81^x - 9^{x+1} = 3 \log_3 \frac{1}{27} + 3^{2x} \dots \dots \dots \{1,0\}$
10. $\left(\frac{5}{8}\right)^{\frac{2x+1}{x-1}} = \left(\frac{512}{125}\right)^{3-x} \dots \dots \dots \left[\left\{4, \frac{2}{3}\right\} x \neq 1\right]$ 11. $4 \cdot 3^{x+1} - 72 = 3^{x+2} + 3^{x-1} \dots \dots \dots \{3\}$
12. $2^{4x} - 50 \cdot 2^{2x} = 896 \dots \dots \dots \{3\}$
13. $0,25^{2-\sqrt{5x+1}} = 4 \cdot 2^{\sqrt{5x+1}} \dots \dots \dots \{7\}$
14. $5^{2x-3} - 2 \cdot 5^{x-2} = 3 \dots \dots \dots \{2\}$
15. $3(4^x + 9^{x+1}) = 2\left(3 \cdot 4^{x+1} - \frac{9^{x+1}}{4}\right) \dots \dots \dots \left\{-\frac{1}{2}\right\}$ 16. $3(3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3}) = 40 \dots \dots \dots \{-1\}$

17. $2^{x+7}\sqrt[4]{4^{13-x}} = 1024 \dots \{-2\}$

18. $2^{3-x} + 2^{x+1} = 17 \dots \{-1;3\}$

19. $\frac{3^{x-6}}{3^{5-2x}} = \frac{\log 27}{\log 3} \dots \{4\}$

20. $9^x + 2 \cdot 3^x - 3 = 0 \dots \{0\}$

21. $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x+2}{x}} > \frac{1}{32} \dots \left\{(-\infty;0) \cup \left(\frac{1}{2};\infty\right)\right\}$

22. $2^3 \cdot 4^x + 1 = 3^2 \cdot 2^x \dots \{0;-3\}$

23. $x^2 \cdot 2^x + x \cdot 2^{x-1} > 0 \dots \left\{\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right) \cup (0;\infty)\right\}$

24. $\left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1+x}{1-x}} > 243 \dots \left\{\left(1;\frac{3}{2}\right)\right\}$

25. Pro kterou hodnotu parametru m má rovnice $2^{x^2-mx+\frac{1}{2}m-\frac{3}{2}} = \sqrt{8}^{1-m}$ dva reálné různé kořeny $[m \in (-\infty;2) \cup (6;\infty)]$

26. Je dána fce $f : y = \left(\frac{a}{a+2}\right)^x$.

- Určete definiční obor fce.
- Určete, kdy je fce rostoucí?
- Určete, kdy je fce klesající?
- Načrtněte graf fce pro $a=-3, a=1$.