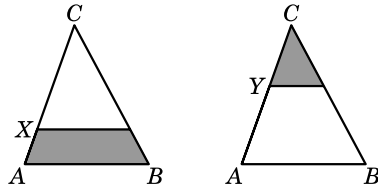


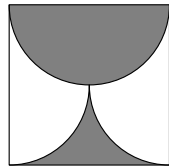
19. V trojúhelníku ABC je narysována úsečka rovnoběžná se základnou AB s krajním bodem X , resp. Y (viz obrázek). Víme, že obarvené plochy mají stejný obsah a $|CX| : |XA| = 4 : 1$. Vypočítej $|CY| : |YA|$.

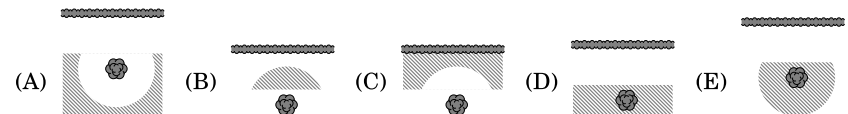


- (A) 1 : 1 (B) 2 : 1 (C) 3 : 1
(D) 3 : 2 (E) 4 : 3
20. Je dán pravouhlý trojúhelník. Osa jednoho z ostrých úhlů protíná protější stranu v bodě D , který stranu rozdělí na dvě úsečky délek 2 a 1. Urči vzdálenost vrcholu tohoto úhlu od bodu D .
- (A) $\sqrt{2}$ (B) $\sqrt{3}$ (C) $\sqrt{4}$ (D) $\sqrt{5}$ (E) $\sqrt{6}$
21. Pokud z posloupnosti čísel $1, 2, 3, \dots, n-1, n$ odstraníme jedno číslo, aritmetický průměr zbývajících čísel bude 4,75. Které číslo máme odstranit?
- (A) 5 (B) 7 (C) 8
(D) 9 (E) nelze jednoznačně určit
22. Ferda Mravenec stojí na vrcholu drátěného modelu krychle s hranou délky 1. Chce projít všechny hrany krychle a vrátit se na původní vrchol. Najdi nejkratší délku takové cesty.
- (A) 12 (B) 14 (C) 15 (D) 16 (E) 20
23. Uvažujme deset libovolných navzájem různých čísel. Pokud je mezi nimi číslo, které je rovno součinu zbývajících devíti, podtrhneme ho. Urči nejvyšší počet podtržených čísel v jednom takovém souboru deseti čísel.
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 9 (E) 10
24. Na přímce bylo modře vyznačeno několik bodů. Uvažujme všechny možné úsečky s modrými krajními body. Víme, že jeden z modrých bodů je vnitřním bodem 80 úseček a jiný je vnitřním bodem 90 úseček. Kolik modrých bodů bylo na přímce?
- (A) 20 (B) 22 (C) 80 (D) 90 (E) nelze určit



Úlohy za 3 body

1. Maminka vyprala a pověsila trička na šňůru. Poté děti pověsily vždy mezi každá dvě trička jednu ponožku. Na šňůře visí 29 kusů oblečení. Kolik z nich je triček?
- (A) 10 (B) 11 (C) 13 (D) 14 (E) 15
2. Obarvená část čtverce o straně a je ohraničena polokružnicí a dvěma čtvrtkružnicemi. Jaká je plocha obarvené části?
- (A) $\frac{1}{8}\pi a^2$ (B) $\frac{1}{2}\pi a^2$ (C) $\frac{1}{4}a^2$ (D) $\frac{1}{4}\pi a^2$ (E) $\frac{1}{2}a^2$
- 
3. Které z následujících čísel není ani druhou, ani třetí mocninou některého přirozeného čísla?
- (A) 6^{13} (B) 5^{12} (C) 4^{11} (D) 3^{10} (E) 2^9
4. Tři sestry Anna, Julie a Lucie si koupily balení 30 sušenek, každá si jich vzala 10. Anna však zaplatila 80 centů, Julie 50 a Lucie 20. Kdyby si sušenky rozdělily poměrově podle peněz, které zaplatily, kolik sušenek by měla Anna ještě dostat?
- (A) 6 (B) 7 (C) 8 (D) 9 (E) 10
5. Pan Hide chce vykopat poklad, který kdysi zakopal na své zahradě. Pamatuje si však pouze, že poklad zakopal alespoň 5 m od plotu a nejvýše 5 m od staré hrušně. Na kterém z následujících obrázků je vyšrafována oblast, v níž by měl pan Hide hledat poklad?



6. Urči poslední číslici součtu $2015^2 + 2015^0 + 2015^1 + 2015^5$.

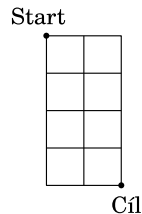
- (A) 1 (B) 5 (C) 6 (D) 7 (E) 9

7. Pan Svíce si koupil 100 svíček. Každý den zapálí jednu a její nevyhořelý zbytek si schová. Z každých sedmi zbytků si vyrobí jednu novou svíčku. Kolik dní mu svíčky vydrží?
- (A) 112 (B) 114 (C) 115 (D) 116 (E) 117
8. Číslo n udává počet pravých úhlů v konvexním pětiúhelníku. Vyber úplný seznam možných hodnot n .
- (A) 1, 2, 3 (B) 0, 1, 2, 3, 4 (C) 0, 1, 2, 3
(D) 0, 1, 2 (E) 1, 2

Úlohy za 4 body

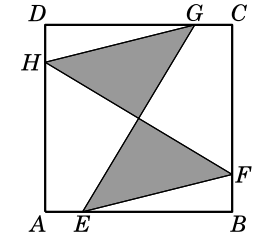
9. Délka strany jednoho čtverečku je 1 (viz obrázek). Urči délku nejkratší cesty ze startu do cíle, pokud se můžeš pohybovat pouze po stranách či úhlopříčkách jednotlivých čtverečků.

- (A) $2\sqrt{5}$ (B) $\sqrt{10} + \sqrt{2}$ (C) $4\sqrt{2}$
(D) 6 (E) $2 + 2\sqrt{2}$



10. Dnes mají otec i syn narozeniny. Součin věku otce a věku syna je 2015. Jaký je rozdíl jejich věků?
- (A) 26 (B) 29 (C) 31 (D) 34 (E) 36
11. Každý obyvatel Wingrovy planety má alespoň dvě uši. Tři obyvatelé Imi, Dimi a Trimi se sešli v jednom z kráterů. Imi řekl: „Vidím 8 uší.“ Dimi: „Vidím 7 uší.“ Trimi: „To je divné, já vidím jen 5 uší.“ Nikdo z nich si nevidí vlastní uši. Kolik uší má Trimi?
- (A) 2 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7
12. Hranol se čtvercovou podstavou o straně 10 cm je naplněn vodou do výšky h . Dovnitř vložíme kovovou kostku o hraně 2 cm. Urči nejnižší výšku hladiny vody h takovou, aby byly boční stěny kostky úplně ponořeny.
- (A) 1,92 cm (B) 1,93 cm (C) 1,90 cm (D) 1,91 cm (E) 1,94 cm

13. Obsah čtverce $ABCD$ je 80. Body E, F, G a H leží na stranách čtverce (viz obrázek) a platí $|AE| = |BF| = |CG| = |DH|$ a $|EB| = 3|AE|$. Vypočítej obsah obarvené plochy.



- (A) 20 (B) 25 (C) 30 (D) 35 (E) 40

14. Jestliže jsou řešením rovnice $x^2 - 85x + c = 0$ dvě různá prvočísla, urči ciferný součet čísla c .

- (A) 13 (B) 14 (C) 15 (D) 17 (E) 21

15. Kolik existuje trojmístných přirozených čísel takových, že každé dvě sousední číslice se liší o 3?

- (A) 12 (B) 14 (C) 16 (D) 20 (E) 27

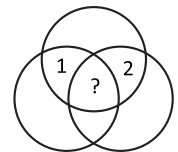
16. Petra má na policice tři různé slovníky a dva různé romány. Kolika způsoby může knihy seřadit tak, aby všechny slovníky byly vedle sebe a oba romány také?

- (A) 12 (B) 24 (C) 30 (D) 60 (E) 120

Úlohy za 5 bodů

17. Mírek má do každého prázdného políčka na obrázku vepsat číslo tak, aby v něm byla hodnota součtu čísel v *sousedních* políčkách. Určete číslo v políčku označené otazníkem. (Políčka nazveme *sousední* právě tehdy, když jejich hranice mají více než jeden společný bod.)

- (A) 0 (B) -3 (C) 3 (D) -6 (E) 6



18. Kolik dvomístných čísel můžeme napsat jako součet právě šesti různých celých nezáporných mocnin čísla 2.

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4