

Polynomy a racionální funkce

1) Rozložte následující polynomy:

$$P(x) = x^4 - 6x^3 + 11x^2 - 6x$$

$$R(x) = x^5 - 5x^3 + 4x$$

$$Q(x) = x^4 - 5x^3 + 9x^2 - 7x + 2$$

$$S(x) = x^5 - 5x^4 + 12x^3 - 16x^2 + 11x - 3$$

Řešení:

$$P(x) = x(x-1)(x-2)(x-3)$$

$$R(x) = x(x-1)(x+1)(x-2)(x+2)$$

$$Q(x) = (x-1)^3(x-2)$$

$$S(x) = (x-1)^3(x^2 + 2x + 3)$$

2) Určete znaménka racionální lomené funkce:

$$a) \frac{x-1}{(x+1)(x^2+4x+4)} \quad b) \frac{3x-9}{(x-2)(x^3-3x^2+3x-1)} \quad c) \frac{x^2-3x+2}{x^3-4x}$$

Řešení:

(-∞,-2)	(-2,-1)	(-1,1)	(1,∞)	(-∞,1)	(1,2)	(2,3)	(3,∞)
+	+	-	+	-	+	-	+

(-∞,-2)	(-2,0)	(0,1)	(1,2)	(2,∞)
-	+	-	+	+

3) Rozložte racionální funkce na parciální zlomky:

$$a) \frac{2x-1}{x^2-7x+12}$$

$$d) \frac{5x-6}{x^3-3x^2}$$

$$g) \frac{3x+7}{(x+1)^3(x-1)}$$

$$b) \frac{x^2-4x+2}{x^3-3x^2+2x}$$

$$e) \frac{8x-31}{x^2-9x+14}$$

$$h) \frac{2x^2-1}{x^3-x^2}$$

$$c) \frac{2x+4}{x^3+4x}$$

$$f) \frac{x^5+x^4-8}{x^3-4x}$$

$$i) \frac{x^3-3x^2-3x-10}{(x-1)^2(x^2+4)}$$

Řešení:

$$a) \frac{7}{x-4} - \frac{5}{x-3} \quad d) -\frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{1}{x-3}$$

$$b) \frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-2} \quad e) \frac{5}{x-7} + \frac{3}{x-2}$$

$$c) \frac{1}{x} + \frac{2-x}{x^2+4} \quad f) x^2 + x + 4 + \frac{2}{x} + \frac{5}{x-2} - \frac{3}{x+2}$$

$$g) -\frac{5}{4(x+1)} - \frac{5}{2(x+1)^2} - \frac{2}{(x+1)^3} + \frac{5}{4(x-1)}$$

$$h) \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x-1}$$

$$i) \frac{-3}{(x-1)^2} + \frac{x+2}{x^2+4}$$