

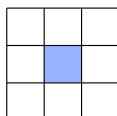
19. Obvod pravouhlého trojúhelníku je 18 cm a součet obsahů čtverců sestavených nad jeho stranami je 128 cm^2 . Určete obsah tohoto trojúhelníku v cm^2 .

- (A) 9 (B) 10 (C) 12 (D) 16 (E) 18

20. Trojmístné číslo \overline{ABC} má následující vlastnosti. Číslo $(A+B)^C$ je trojmístné a je celou mocninou čísla 2. Kolik takových čísel \overline{ABC} existuje?

- (A) 6 (B) 13 (C) 18 (D) 20 (E) 21

21. Do každého pole tabulky 3×3 je napsáno celé číslo. Součet všech těchto devíti čísel je 500. Číslo v sousedních polích se liší o 1 (za sousední považujeme dvě pole tabulky, která mají společnou celou stranu). Které číslo je ve středu tabulky?

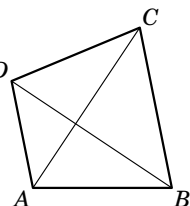


- (A) 50 (B) 54 (C) 55 (D) 56 (E) 57

22. Pro reálná čísla x a y platí $|x| + x + y = 5$ a $x + |y| - y = 10$. Určete hodnotu součtu $x + y$.

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 (E) 5

23. Úhlopříčky konvexního čtyřúhelníku $ABCD$ jsou navzájem kolmé. Pro délky jeho stran platí $|AB| = 17 \text{ cm}$, $|BC| = 18 \text{ cm}$, $|CD| = 19 \text{ cm}$. Určete délku zbývající strany AD v cm.



- (A) 16 (B) 18 (C) $\sqrt{20^2 - 4}$
(D) 20 (E) $\sqrt{18^2 + 2}$

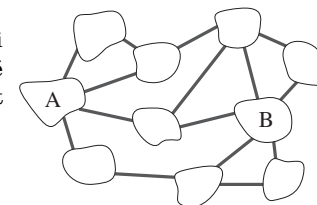
24. Každý z 2017 obyvatel ostrova je buď pravdomluvný (vždy mluví pravdu) nebo lhář (vždy lže). Více než tisíc ostrovanů přišlo na banket a usadilo se kolem kulatého stolu. Každý z nich prohlásil o dvou svých sousedech: „Vedle mě sedí jeden pravdomluvný a jeden lhář.“ Určete největší možný počet pravdomluvných lidí na ostrově.

- (A) 668 (B) 1344 (C) 1345 (D) 1683 (E) 2016



Úlohy za 3 body

1. Na obrázku vidíte deset ostrovů spojených patnácti mosty. Určete nejmenší možný počet mostů, které musíme odstranit, aby se nedalo po mostech přejít z ostrova A na ostrov B.

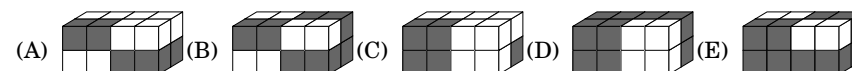


- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5 (E) 6

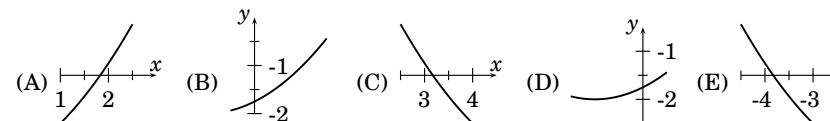
2. Pro dvě kladná reálná čísla a a b platí, že 75 % z a je rovno 40 % z b . Která z rovností je pravdivá?

- (A) $15a = 8b$ (B) $12a = 5b$ (C) $3a = 2b$ (D) $5a = 12b$ (E) $8a = 15b$

3. Ze dvou sousedících bílých a dvou sousedících tmavých krychlí je slepen hranol $4 \times 1 \times 1$. Jedno z následujících těles můžeme sestavit ze čtyř takových hranolů. Které?

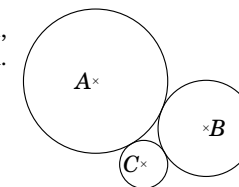


4. Na čtyřech z následujících obrázků jsou části grafu téže kvadratické funkce. Na kterém obrázku není část grafu této funkce?



5. Uvažujme tři navzájem se dotýkající kružnice se středy A , B , C a poloměry po řadě 3 cm, 2 cm, 1 cm podle obrázku. Určete obsah trojúhelníku ABC .

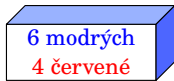
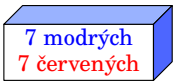
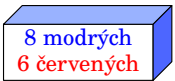


- (A) 6 cm^2 (B) $4\sqrt{3} \text{ cm}^2$ (C) $3\sqrt{2} \text{ cm}^2$
(D) 9 cm^2 (E) $2\sqrt{6} \text{ cm}^2$



6. Graf které z následujících funkcí má nejvíce společných bodů s grafem funkce $f(x) = x$?

- (A) $g_1(x) = x^2$ (B) $g_2(x) = x^3$ (C) $g_3(x) = x^4$ (D) $g_4(x) = -x^4$ (E) $g_5(x) = -x$

7. Každá z následujících krabic obsahuje červené a modré koule podle popisu. Bára z krabice náhodně vytáhne jednu kouli. Kterou krabicí si má Bára vybrat, aby pravděpodobnost vytažení modré koule byla největší?

- (A)  (B)  (C) 
 (D)  (E) 

8. Kladné reálné číslo p je menší než 1 a reálné číslo q je větší než 1. Které z následujících čísel je největší?

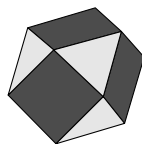
- (A) $p + q$ (B) $p \cdot q$ (C) $\frac{p}{q}$ (D) p (E) q

Úlohy za 4 body

9. Kolik přirozených čísel má následující vlastnost: Po odstranění jeho poslední číslice dostaneme $\frac{1}{14}$ původního čísla?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3 (E) 4

10. Mnohostěn na obrázku má pouze trojúhelníkové nebo čtvercové stěny. Každý čtverec sousedí se čtyřmi trojúhelníky a každý trojúhelník sousedí se třemi čtverci. Mnohostěn má 6 čtvercových stěn. Kolik má trojúhelníkových stěn?



- (A) 5 (B) 6 (C) 7 (D) 8 (E) 9

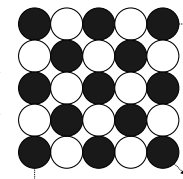
11. Uvažujme všechny rovnice tvaru $5x^3 + ax^2 + bx + 24 = 0$ s celočíselnými koeficienty a a b . Které z následujících čísel nemůže být kořenem žádné z těchto rovnic?

- (A) 1 (B) 5 (C) 6 (D) 8 (E) 12

12. Rotační válce A a B mají stejný objem. Poloměr podstavy válce B je o 10 % větší než poloměr podstavy válce A . O kolik procent je výška válce A větší než výška válce B ?

- (A) o 5 % (B) o 10 % (C) o 11 % (D) o 20 % (E) o 21 %

13. Julie má 1009 tmavých a 1008 bílých koleček stejné velikosti. Skládá je do vzoru podle obrázku. Začíná tmavým kolečkem vlevo nahoře, přitom pravidelně střídá barvy v každém řádku a každém sloupci. Kolik jí zbude koleček, když vytvoří co největší čtverec?



- (A) žádné (B) 40 každé z barev (C) 40 tmavých a 41 bílých
 (D) 41 každé z barev (E) 40 bílých a 41 tmavých

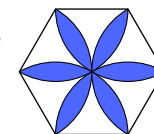
14. Regulární hrací kostka tvaru pravidelného čtyřstěnu má stěny označeny čísly 2, 0, 1 a 7. Hodíme čtyřmi takovými kostkami. Určete pravděpodobnost jevu: Kostky můžeme poté sestavit tak, že vznikne číslo 2017 užitím vždy právě jedné ze tří shora viditelných stěn každé kostky.

- (A) $\frac{1}{256}$ (B) $\frac{63}{64}$ (C) $\frac{81}{256}$ (D) $\frac{3}{32}$ (E) $\frac{29}{32}$

15. Pro dvě po sobě jdoucí přirozená čísla platí, že jejich ciferné součty jsou dělitelné 7. Určete nejmenší možný počet číslic menšího z nich.

- (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E) 7

16. Na obrázku je pravidelný šestiúhelník se stranou délky 1 cm. Vyznačený květ ohraničují oblouky kružnic o poloměru 1 cm se středy ve vrcholech šestiúhelníku. Určete obsah květu v cm^2 .



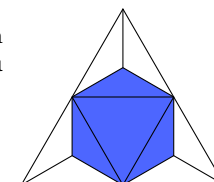
- (A) $\frac{\pi}{2}$ (B) $\frac{2\pi}{3}$ (C) $2\sqrt{3} - \pi$ (D) $\frac{\pi}{2} + \sqrt{3}$ (E) $2\pi - 3\sqrt{3}$

Úlohy za 5 bodů

17. Necht $a_1 = 2017$ a pro všechna přirozená čísla n platí $a_{n+1} = \frac{a_n - 1}{a_n}$. Určete a_{2017} .

- (A) -2017 (B) $-\frac{1}{2016}$ (C) $\frac{2016}{2017}$ (D) 1 (E) 2017

18. Vrcholy tmavého mnohostěnu na obrázku jsou středy všech hran daného pravidelného čtyřstěnu. Určete poměr objemu tmavého mnohostěnu a daného čtyřstěnu.



- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{3}{4}$ (E) $\frac{4}{5}$