

Určitý integrál

I. Vypočítej určitý integrál funkce :

a) $\int_{-1}^2 3x^2 dx$

b) $\int_1^8 \sqrt[3]{x} dx$

c) $\int_{-2}^1 x^3 dx$

d) $\int_0^2 (3x^3 - 2x + 5) dx$

e) $\int_1^4 \left(-x + \frac{4}{x}\right) dx$

f) $\int_{\pi/6}^{\pi/2} \sin^2 x \cos x dx$

g) $\int_{-4}^2 \sqrt{17 + 4x} dx$

h) $\int_0^1 \frac{x}{(x^2 + 1)^2} dx$

i) $\int_0^1 \frac{e^x}{e^x + 1} dx$

j) $\int_0^1 x \cdot (2x^2 - 1)^{10} dx$

k) $\int_{-1}^1 \frac{2x}{x^2 - 1} dx$

l) $\int_0^{\pi/2} \cos^2 x \sin x dx$

m) $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x}{1 + \sin x} dx$

n) $\int_{-\pi/2}^0 \sin x \cos x dx$

o) $\int_0^{\pi} x \cdot \sin x dx$

p) $\int_1^2 (3x + 2) \cdot \ln x dx$

q) $\int_1^e \ln x dx$

r) $\int_1^e x^3 \ln x dx$

s) $\int_0^{\pi/2} x \cdot \cos x dx$

t) $\int_0^1 x^3 \cdot (1-x)^2 dx$

u) $\int_{-3}^{-1} \frac{1}{x^2} dx$

v) $\int_1^4 \sqrt{x} \cdot (1 + 2\sqrt{x}) dx$

w) $\int_1^8 \frac{\sqrt{x} - x^2}{\sqrt[3]{x}} dx$

x) $\int_0^{\pi} 2 \sin x dx$

y) $\int_0^{\pi} \frac{1}{\cos^2 x} dx$

z) $\int_0^{\pi/4} \frac{1 + \sin^2 x}{\cos^2 x} dx$

ž) $\int_1^e \left(-\frac{3}{x} + 2\right) dx$

I. Výsledky.

a)	9	j)	$\frac{1}{22}$	s)	$\frac{\pi}{2} - 1$
b)	$\frac{45}{4}$	k)	0	t)	$\frac{1}{60}$
c)	$-\frac{15}{4}$	l)	$\frac{1}{3}$	u)	$\frac{2}{3}$
d)	18	m)	$\ln 2$	v)	$\frac{59}{3}$
e)	$4\ln 4 - \frac{15}{2}$	n)	$-\frac{1}{2}$	w)	$-\frac{5403}{56}$
f)	$\frac{7}{24}$	o)	π	x)	4
g)	$\frac{62}{3}$	p)	$10\ln 2 - \frac{17}{4}$	y)	0
h)	$\frac{1}{4}$	q)	1	z)	$2 - \frac{\pi}{4}$
i)	$\ln(e+1) - \ln 2$	r)	$\frac{3e^4 + 1}{16}$	ž)	$2e - 5$

II. Vypočítej určitý integrál funkce :

a) $\int_0^1 (x\sqrt{x^3} - 1) dx$

b) $\int_0^{\pi/2} \sin x \cos x dx$

c) $\int_0^{e-1} \ln(1+x) dx$

d) $\int_0^{\sqrt{3\pi}} 4x \cdot \cos x^2 dx$

e) $\int_{1/2}^1 x^2 \ln x dx$

f) $\int_1^e 2x \ln x dx$

g) $\int_0^5 \frac{x}{x^2+5} dx$

h) $\int_0^1 \frac{1}{e^x + e^{-x}} dx$

i) $\int_0^1 \frac{6^x}{2^x} dx$

j) $\int_0^{\pi/4} \frac{\operatorname{tg} x}{\cos^2 x} dx$

k) $\int_1^e \frac{\ln^3 x}{x} dx$

l) $\int_0^2 x e^{1-x^2} dx$

m) $\int_0^{\pi} x \cos 2x dx$

n) $\int_{-4}^{-3} \frac{1}{x^2-4} dx$

o) $\int_0^1 \frac{2\sqrt{x}}{1+x} dx$

p) $\int_1^2 \frac{1}{x\sqrt{1-\ln^2 x}} dx$

q) $\int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{1}{\cos^2 x} dx$

r) $\int_{-2}^2 \frac{6}{8+3x^2} dx$

s) $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{4-x^2}} dx$

t) $\int_0^{1/2} \frac{2(1+x^2)}{1-x^2} dx$

u) $\int_0^{\pi} \sin x \cos^2 x dx$

v) $\int_0^1 x e^{-x} dx$

w) $\int_0^1 2\sqrt{2x+x^2} dx$

x) $\int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{x}{\sin^2 x} dx$

y) $\int_0^1 \operatorname{arctg} x dx$

z) $\int_0^{\pi/2} e^{2x} \cos x dx$

ž) $\int_0^{\pi/2} 4 \sin x \cdot \cos^3 x dx$

II. Výsledky.

a) $-\frac{5}{7}$

b) $\frac{1}{2}$

c) 1

d) 0

e) $-\frac{7+3\ln 0,5}{72}$

f) $\frac{e^2+1}{2}$

g) $\frac{\ln 6}{2}$

h) $\operatorname{arctg} e - \frac{\pi}{4}$

i) $\frac{2}{\ln 3}$

j) $\frac{1}{2}$

k) $\frac{1}{4}$

l) $\frac{e^4-1}{2e^3}$

m) 0

n) $\frac{1}{4} \ln \frac{5}{3}$

o) $4 - \pi$

p) $\arcsin \ln 2$

q) $\sqrt{3} - 1$

r) $\sqrt{6} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{6}}{2}$

s) $2 - \sqrt{3}$

t) $-1 + 2 \ln 3$

u) $-\frac{2}{3}$

v) $\frac{e-2}{e}$

w) $2\sqrt{3} - \ln(2 + \sqrt{3})$

x) $\frac{\pi}{4} - \ln \frac{\sqrt{2}}{2}$

y) $\frac{\pi - 2 \ln 2}{4}$

z) $\frac{e^\pi - 2}{5}$

ž) 1

III. Vypočítej obsah rovinného útvaru ohraničeného křivkami :

a) $y = -x^2 + 2x + 8, y = 0$

b) $y = 16 - x^2, y = x^2 - 16$

c) $y = x^2 - 4x + 6, y = -2x^2 + 8x - 3$

d) $y = x^2 + 6x + 8, y = -x^2 - 10x - 16$

e) $y = -9 - x^2, 5x + y + 9 = 0$

f) $y = x^2, y = 2x^2, y = 1$

g) $y = 2x^3, y = \frac{x}{2}$

h) $y = x, y = 3\sqrt{x}$

i) $y = x^2 + 1, y = 0, x = -1, x = 2$

j) $y = -x^2 + 2x - 3, y = 0, x = 0, x = 3$

k) $y = \sin x, y = 0, x = 0, x = 2\pi$

l) $y = 2 - x^2, y = x$

m) $y = x^2, y = \frac{1}{4}x^2, y = 4$

n) $y = \ln x, x = \frac{1}{2}, x = 2$

o) $y = (2 - x)e^{-x}, y = 0, x \geq 2$

p) $y = x^3, y = 4x, x \geq 0$

q) $y = \sin x, y = \cos x, x = \frac{\pi}{4}, x = \frac{3}{4}\pi$

r) $y = 2x - x^2, y - \frac{1}{2}x = 0$

s) $y = \frac{x^2}{4} - \frac{1}{2}\ln x, x \in \langle 1; e \rangle$

t) $y = \sqrt{1 - x^2} + \arcsin x, x \in \left\langle 0; \frac{9}{16} \right\rangle$

u) $y = 2x - x^2, y = 2x^2 - 4x, y = -x$

v) $y = x^2 - x - 6, y = -x^2 + 5x + 14$

w) $y = x^2, y = 0, x = -1$

x) $y = e^x, y = e^{-x}, x = 1$

y) $y = 4 - x^2, y = 0$

z) $yx = 1, y = 0, x = 1, x = 3$

III. Výsledky

a) 36

b) $\frac{512}{3} \doteq 170,7$

c) 4

d) $\frac{64}{3} \doteq 21,3$

e) $\frac{125}{6} \doteq 20,8$

f) $\frac{8 - 5\sqrt{2}}{6} \doteq 0,15$

g) $\frac{1}{16}$

h) $6\sqrt{3} - \frac{9}{2} \doteq 5,89$

i) 6

j) 9

k) 4

l) $\frac{9}{2}$

m) $\frac{20}{3}$

n) $\frac{3\ln 2 - 1}{2} \doteq 0,54$

o) $\frac{1}{e^2} \doteq 0,14$

p) 4

q) $\sqrt{2} \doteq 1,41$

r) $\frac{9}{16} \doteq 0,56$

s) $\frac{e^2 + 1}{4} \doteq 2,10$

t) $\frac{\sqrt{2}}{2} \doteq 0,71$

u) $\frac{23}{8} \doteq 2,9$

v) $\frac{343}{3} \doteq 114,3$

w) $\frac{1}{3}$

x) $e + \frac{1}{e} - 2 \doteq 1,09$

y) $\frac{32}{3} \doteq 10,7$

z) $\ln 3 \doteq 1,10$

IV. Vypočítej obsah rovinného útvaru ohraničeného křivkami :

a) $y = 6x - x^2, y = 0$

b) $y = x^2 + 3, y = 12 - x^2$

c) $y = x^2, y = x$

d) $y = x^2, x = y^2$

e) $y = \ln x, y = \ln^2 x$

f) $y = \ln x, y = 0, x = e$

g) $y = x^2 - x - 2, y = 0$

h) $y = \frac{1}{1+x^2}, y = 0$

i) $y = 1 - \sqrt{x}, y = 0, x = 0, x = 4$

j) $y^2 = 2x + 1, y = x - 1$

k) $y = \frac{1}{1+x^2}, y = \frac{x^2}{2}$

l) $y = -x^2 + 4x - 2, x + y = 2$

m) $y = \arcsin x, x = 0, x = 1$

n) $y = \frac{2}{1+x^2}, y = x^2$

o) $y = x^2 + 4x, y = x + 4$

p) $y^2 = x^3, y = 8$

q) $y = x^2 - x - 4, y = x - 1$

r) $y = e^{-x} \sin x, y = 0, x \in \langle 0; \pi \rangle$

s) $y^2 = 2x + 1, x - y - 1 = 0$

t) $y = |\ln x|, y = 0, x = \frac{1}{e}, x = e^2$

u) $y = \ln x, y = 0, x = 5, x = 7$

v) $y = 4 - x^2, y = 0, x = 0, x = 3$

w) $y = |\log x|, y = 0, x = \frac{1}{10}, x = 10$

x) $y = x^3 - 4x^2 - x + 4, y = 0, x = -1, x = 2$

y) $y = \ln x, y = \ln 3, y = \ln 9, x = 0$

z) $x^2 + y^2 = 16, y^2 = 6x, x \geq 0$

IV. Výsledky

a) 36

b) $18\sqrt{2} \doteq 25,5$

c) $\frac{1}{6}$

d) $\frac{1}{3}$

e) $3 - e \doteq 0,28$

f) 1

g) $\frac{9}{2}$

h) $\pi \doteq 3,14$

i) $\frac{4}{3}$

j) $\frac{16}{3}$

k) $\frac{\pi}{2} - \frac{1}{3} \doteq 1,24$

l) $\frac{9}{2}$

m) $\frac{\pi}{2} - 1 \doteq 0,57$

n) $\pi - \frac{2}{3} \doteq 2,47$

o) $\frac{125}{6} \doteq 20,83$

p) 19,2

q) $\frac{32}{3} \doteq 10,7$

r) $\frac{1 + e^{-\pi}}{2} \doteq 0,52$

s) $\frac{16}{3}$

t) $2 - \frac{2}{e} + e^2 \doteq 8,65$

u) $7 \ln 7 - 5 \ln 5 - 2 \doteq 3,57$

v) $\frac{23}{3}$

w) $\frac{9,9 \ln 10 - 8,1}{\ln 10} \doteq 6,38$

x) $\frac{9}{4}$

y) 6

z) $\frac{4}{3}(\sqrt{3} + 4\pi) \doteq 19,06$